ISSN 1606-146X

№ 1 (43)
2012

Қазақстан Республикасы Ұлттық инженерлік академиясының ХАБАРШЫСЫ

ВЕСТНИК Национальной инженерной академии Республики Казахстан

УДК: 521.3; 004.94

С. А. ЕЛУБАЕВ, Н. К. ДЖАМАЛОВ,
К. А. АЛИПБАЕВ, А. С. СУХЕНКО, Т. М. БОПЕЕВ

ФИЛЬТРАЦИЯ ДАННЫХ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ И НАВИГАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Ғарыш аппаратының кеңістіктегі орнын анықтау үшін әртүрлі датчиктер пайдаланады. Датчиктердің алынатын сигналдар көбінесе шуылдайды. Электрлік шуылды төмендету үшін әртүрлі фильтрлер пайдаланады. Мәліметтерді фильтрлеудің түрлеріне жасалған талдаудың нәтижелері келтірілген. Атап айтқанда, әртүрлі жүйлерде пайдаланатын кейбір рекурстық және рекурстық емес фильтрлеулердің алгоритмдері қарастырылған. Фильтрациялау тәсілдеріне жүргізілген сараптама негізінде Калман фильтрі ғарыш аппаратының қозғалыс пен бағдарлауды басқару жүйесінің мәліметтерін фильтрлеуге ерекше жарамды екені анықталды. Осыған орай, аталған фильтрдің алгоритмі жан-жақты қарастырылған.

Для получения информации о положении космического аппарата в пространстве используются различные типы датчиков. Сигналы, снимаемые с выхода датчиков, зачастую бывают зашумленными. Для минимизации электрического шума используются различные типы фильтров. Приведены результаты анализа различных методов фильтрации данных. В частности, рассмотрены некоторые рекурсивные и нерекурсивные алгоритмы фильтрации, которые применяются в различных системах. На основании проведенного анализа методов фильтрации установлено, что фильтр Калмана является наиболее пригодным для фильтрации данных системы управления движением и навигации космического аппарата. В связи с этим подробно рассматривается алгоритм этого фильтра.

Various types of sensors are used for obtaining the information about the position of spacecraft in space. Very often the output data of these sensors are noisy. And it is often to use various types of filters for minimization of electric noise. Results of analysis of various filtering methods are given in this paper. Particularly some recursive and non-recursive filtering methods were considered which are used in various systems. On the basis carried out analysis of filtering methods it was established that Kalman filter is the most suitable for filtration of data of spacecraft motion and navigation control system. In this connection algorithm of Kalman filter is considered in this paper in details.

В любом космическом аппарате используются различные типы датчиков, например, для определения его положения относительно Земли, Солнца или звезд, относительно магнитного поля Земли, датчики для получения полезной информации, для которой разработан космический аппарат, и т.д. Однако сигналы, снимаемые с этих датчиков, содержат электрический шум, т.е. возникает паразитный электрический сигнал, искажающий измеряемый параметр. Электрический шум свойствен всем электрическим схемам и устройствам, он не может быть исключен, а всего лишь минимизирован. Для этого используются различные фильтры. Назначение всякого фильтра состоит в исключении шума или выделении полезного сигнала из принимаемого, искаженного шумом [1].

Современная теория фильтрации начинается с 1940 года, когда независимо друг от друга появились работы Колмогорова и Винера по измерению полета летательных аппаратов с помощью радара [2]. В современном мире фильтрация применяется в процессах управления многими сложными динамическими системами, например непрерывными производственными процессами, самолетами, кораблями, космическими аппаратами и т.д. В связи с этим разработаны различные способы фильтрации сигналов.

Одним из таких методов является метод наименьших квадратов, который состоит в минимизации среднеквадратической ошибки (среднеквадратического отклонения расчетных данных от измеряемых) [3]. Недостатком является пересчет оценок коэффициентов при получении очередного измерения, что может потребовать достаточно больших вычислительных ресурсов при увеличении количества измерений (наблюдений).

Байесовский подход к задаче оценки параметров фильтрации требует полной априорной информации о вероятностных свойствах оцениваемого параметра, что зачастую невозможно.

Винеровские фильтры применяется для обработки процессов или отрезков процессов в целом (блочная обработка). Для последовательной обработки требуется текущая оценка сигнала на каждом такте с учетом информации, поступающей на вход фильтра в процессе наблюдения. При винеровской фильтрации каждый новый отсчет сигнала требует пересчета всех весовых коэффициентов фильтра [4].

В настоящее время широко распространены адаптивные фильтры, в которых поступающая новая информация используется для непрерывной корректировки ранее сделанной оценки сигнала (сопровождение цели в радиолокации, системы автоматического регулирования в управлении и т.д.). Особенный интерес представляют адаптивные фильтры рекурсивного типа, такие, как фильтр Калмана [4] и альфа-бета-фильтр.

Альфа-бета-фильтр – упрощенный рекурсивный алгоритм получения оценки, для которого не требуется детальная модель динамической системы. Альфа-бета-фильтр предполагает, что динамическая система аппроксимируется моделью с двумя состояниями, одно из которых получается в результате интегрирования первого по времени. Подобная аппроксимация хорошо подходит для простых механических систем, где положение получается в результате интегрирования скорости [5].

Задача фильтрации данных с помощью алгоритма Калмана может рассматриваться для двух типов задач – линейной и нелинейной. В случае линейной задачи вектор состояния динамической системы записывается в виде [6]

$$x_k = F_{k-1} x_{k-1} + \omega_k , \tag{1}$$

где F_{k-1} – матрица перехода в текущее состояние из предыдущего; x_k – вектор состояния динамической системы; ω_k – шум системы.

А вектор измерений системы записывается в виде

$$z_k = H_k x_k + v_k , \tag{2}$$

где H_k – матрица перехода от предыдущего состояния к измерениям; z_k – измерения, полученные в момент времени t_k ; v_k – шум измерений.

В случае нелинейной задачи вектор состояния динамической системы записывается как

$$x_k = f(x_{k-1}, k-1) + \omega_{k-1}, \tag{3}$$

где $f(x_{k-1}, k-1)$ – функция, позволяющая перейти в текущее состояние из предыдущего; x_k – вектор состояния динамической системы; ω_{k-1} – шум системы.

А вектор измерений системы записывается в виде

$$z_k = h(x_k, \mathrm{k}) + v_k, \tag{4}$$

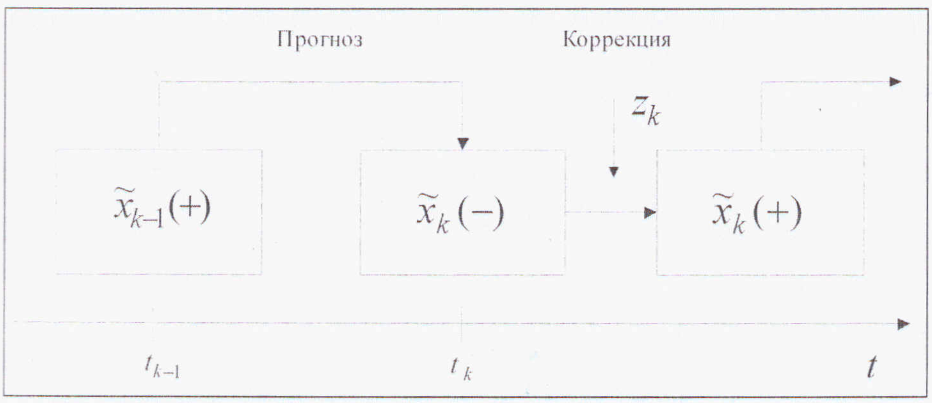
где $h(x_k, \mathrm{k})$ – функция, позволяющая перейти от предыдущего состояния к измерениям; z_k – измерения, полученные в момент времени t_k; v_k – шум измерений.

Задача фильтрации состоит в том, чтобы найти оценку вектора состояния системы x_k, которую мы будем обозначать $\tilde{x}_k$, являющуюся функцией измерений z_k и которая минимизирует среднеквадратичную ошибку $E\left\langle [x_k - \tilde{x}_k]^T M [x_k - \tilde{x}_\mathrm{k}]^T \right\rangle$, где M – симметричная положительно-определенная матрица.

Фильтр Калмана работает по системе «прогноз – коррекция». Допустим, что в момент времени t_{k-1} получена оценка вектора состояния системы $\tilde{x}_{k-1}$ и теперь необходимо получить оценку в момент t_k. Для этого на базе $\tilde{x}_{k-1}$ строится прогноз оценки $\tilde{x}_k(-)$ (априори оценка) и ковариационной матрицы ошибки $P_k(-)$, далее получают измерения z_k и корректируют оценку в момент t_k, базируясь на прогнозе и измерениях. В результате получают окончательную оценку вектора состояния $\tilde{x}_k(+)$ (апостериори оценка) и ковариационной матрицы ошибки $P_k(+)$ (см. рис.).

Рассмотрим задачу фильтрации для линейной задачи. Допустим, что в момент времени t_{k-1} получены апостериори значения оценки $\tilde{x}_{k-1}(+)$ и ковариационной матрицы ошибки $P_{k-1}(+)$, то есть на шаге t_{k-1} задача фильтрации выполнена и теперь требуется определить $\tilde{x}_k(+)$ и $P_k(+)$ на шаге t_k. Для этого необходимо:

1. Построить априори оценку вектора состояния $\tilde{x}_k(-)$ и ковариационной матрицы ошибки $P_k(-)$ путем интегрирования модельного уравнения и уравнения типа Рикатти с начальными условиями $x(t) = \tilde{x}_{k-1}(+)$ и $P(t) = P_{k-1}(+)$:



Принцип работы фильтра Калмана

$$\dot{\tilde{x}}(t) = F(t)\tilde{x}(t) + \omega(t), \tag{5}$$

$$\dot{P}(t) = F(t)P(t) + P(t)F(t)^T + Q(t), \tag{6}$$

где $Q(t)$ – матрица ошибки моделирования.

Либо путем использования формул:

$$\tilde{x}_k(-) = F_{k-1}\tilde{x}_{k-1}(+) + \omega_{k-1}, \tag{7}$$

$$P_k(-) = F_{k-1}P_{k-1}(+)F^T_{k-1} + W_{k-1}Q_{k-1}W^T{}_{k-1}. \tag{8}$$

2. Получить измерения z_k и построить матрицу чувствительности H_{k-1} для априори оценки вектора состояния $\tilde{x}_k(-)$.

3. Определить матрицу коэффициентов обратной связи $\overline{K}_k$:

$$\overline{K}_k = P_k(-)H^T_k[H_kP_k(-)H^T_k + V_kR_kV_k^T]^{-1}, \tag{9}$$

где R_k – матрица ошибки измерения.

4. Произвести корректировку оценки и получить апостериори оценку $\tilde{x}_k(+)$ и $P_k(+)$ с помощью формул:

$$\tilde{x}_k(+) = \tilde{x}_k(-) + \overline{K}_k[z_k - H_k\tilde{x}_k(-)], \tag{10}$$

$$P_k(+) = (I - \overline{K}_kH_k)P_k(-), \tag{11}$$

где I – единичная матрица.

В случае нелинейной задачи матрица F_{k-1}, матрица чувствительности H_{k-1} имеют вид [6]:

$$F_{k-1} = \left.\frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x}\right|_{x=\tilde{x}(-)}, \tag{12}$$

$$H_{k-1} = \left.\frac{\partial h(x,k)}{\partial x}\right|_{x=\tilde{x}(-)}. \tag{13}$$

Анализ методов фильтрации данных показал, что рассмотренная математическая модель фильтра Калмана послужит основой для решения задач фильтрации применительно к системам различной сложности, в том числе для систем управления движением и навигации космического аппарата.

ЛИТЕРАТУРА

1 Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана / Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 168 с.

2 Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси / Пер. с нем. – М.: Наука, 1982. – 200 с.

3 Терентьев А.Н., Шолохов А.В. Фильтр Калмана: Лекция №3 по курсу «Прикладная статистика». – Киев, 2010. – 36 с.

4 URL: http://www.basegroup.ru/library/cleaning/kalmanfilter/

5 URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Alpha_beta_filter

6 Иванов Д.С., Овчинников М.Ю., Ткачев С.С. Использование фильтра Калмана в задаче определения ориентации тела, подвешенного на струне: Руководство по лабораторной работе. – М.: МФТИ, 2008. – 29 с.